Badanie drgań wahadeł sprzężonych

M11

Informacje:

Dwa wahadła połączone ze sobą nicią lub sprężyną stanowią układ wahadeł sprzężonych. Gdy oba sprzężone wahadła mają te same momenty bezwładności to równania ruchu tych wahadeł można zapisać

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \omega_0^2\varphi_1 + k(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + \omega_0^2\varphi_2 + k(\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \qquad (1)$$

gdzie $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{I}}$ jest częstością kołową drgań wahadła swobodnego a składnik $k(\varphi_1-\varphi_2)$ lub $k(\varphi_2-\varphi_1)$ uwzględnia napięcie sprężyny proporcjonalne do różnicy wychyleń obu wahadeł. Istnieją dwa przypadki szczególne, w których oba wahadła .wykonują ruch drgający prosty o tej samej częstotliwości, co matematycznie oznacza sprowadzenie obu równań (1) do identycznej postaci. Pierwszy przypadek odpowiada sytuacji, gdy w chwili początkowej wahadła są wychylone w tym samym kierunku o ten sam kąt tj. $\varphi_1(0)=\varphi_2(0)$. Oba równania sprowadzają się wtedy do postaci

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \qquad (2)$$

co odpowiada drganiu z częstością ω_0, jak gdyby wahadła były swobodne. Jest to pierwsze drganie normalne tzw. synfazowe (zgodne w fazie). Drugi przypadek drgania normalnego odpowiada sytuacji, gdy w chwili początkowej wahadła wychylimy o jednakowe kąty w kierunkach przeciwnych i puścimy swobodnie tj. $\varphi_1(0)= -\varphi_2(0)$.

Wahadła wykonują wtedy drganie przeciw fazowe, a równanie ruchu dla obu wahadeł przyjmuje postać

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi + 2k\varphi = 0 \qquad (3)$$

co odpowiada drganiu z częstością

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + 2k}\ .$$

Jak widać częstość drgań przeciwfazowych jest wyższa od częstotliwości drgań wahadła swobodnego, czy też drgań zgodnych w fazie.

<u>Kolejność wykonywanych czynności:</u>

1. Ustawić ciężarki obu wahadeł na dolnej części prętów, w jednakowej odległości.
2. Ustawić obejmy mocujące sprężyny na górnej części i połączyć sprężynami.
3. Włączyć czujnik fotoelektryczny.
4. *Drgania zgodne w fazie.*
5. Wychylić oba wahadła w tę samą stronę o ten sam kąt (około 5°) i puścić. Uruchomić zliczanie okresów, a po ustalonej liczbie wahnięć (np.10) zakończyć zliczanie. Wyznaczyć okres T_0. Pomiar kilkakrotnie powtórzyć.
6. Obliczyć ω_0 i określić niepewność pomiaru.
7. *Drgania przeciwne w fazie.*
8. Wychylić wahadła w przeciwne strony o ten sam kąt (ok. 5°) i postępując jak wyżej wyznaczyć okres T_1 a następnie częstotliwość drgań przeciw fazowych ω_1 . Wyznaczyć stałą sprzężenia *k.*
9. *Obserwacja dudnień.*
10. Jedno z wahadeł odchylić o dowolny kąt i puścić.
11. Zaobserwować dudnienia i zmierzyć czas trwania kilku dudnień.
12. Wyznaczyć okres dudnień i częstotliwość.
13. Wykonać pomiary jak w punktach A, B i C dla trzech innych położeń obejm mocujących sprężyny na wahadle.

14. Sporządzić wykres zależności ω_1 od położenia obejm mocujących sprężyny. Przedyskutować uzyskane wyniki.

Wymagania:

- Co to są dudnienia? Jak można obliczyć częstość dudnień?
- Drgania normalne odgrywają ważną rolę w różnych dziedzinach fizyki np. w fizyce cząsteczek
- Ile drgań normalnych będzie miała np. cząsteczka H_2O ?
- Wahadło matematyczne i fizyczne