	Wyznaczanie przyśpieszenia ziemskiego przy pomocy wahadła rewersyjnego	**M2**

Przyrządy:

Wahadło rewersyjne z modułem pomiarowym.

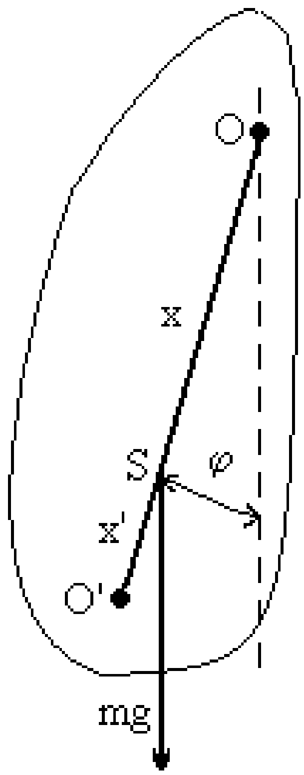
Informacje:

Na bryłę sztywną wychyloną z położenia równowagi działa moment siły

$$M = -mgx\sin\varphi \qquad (1)$$

co dla małych kątów można przybliżyć do

$$M = -mgx\varphi \qquad (2)$$



Rysunek 1

Z drugiej zasady dynamiki dla ruchu obrotowego

$$M = I\frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad (3)$$

gdzie I jest momentem bezwładności, a $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ przyspieszeniem kątowym.

Stąd równanie ruchu przybiera postać

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mfx}{I}\varphi = 0 \qquad (4)$$

Jest to równanie ruchu harmonicznego (patrz ćwicz. M1) o częstości kołowej $\omega^2 = \frac{mgx}{I}$,

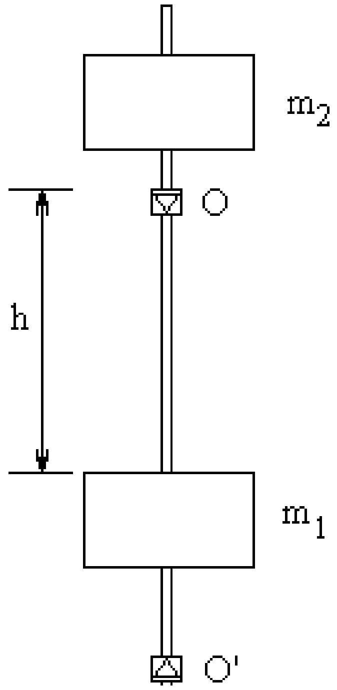
okres $T = \frac{2\pi}{\omega}$ otrzymujemy

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgx}} \qquad (5)$$

Można wprowadzić pojęcie długości zredukowanej wahadła fizycznego

$$l_r = \frac{I}{mx} \qquad (6)$$

która jest długością wahadła matematycznego o takim samym okresie drgań co badane wahadło fizyczne



Rysunek 2

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_r}{g}} \qquad (7)$$

Dla przedstawionego na rys.1 wahadła fizycznego znajdźmy taki punkt O’ na przedłużeniu OS, że okres, wahań T’ względem osi przechodzącej przez ten punkt będzie taki sam, jak względem osi O. Równość okresów oznacza równość długości zredukowanych, tzn.

$$l_r = \frac{I}{mx} \qquad l_r = \frac{I'}{mx'} \qquad (8)$$

Oznaczmy przez I_0 moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek masy (punkt S na rys.1). Zgodnie z twierdzeniem Steinera moment bezwładności I względem osi równoległej do osi przechodzącej przez środek masy, a odległej od niej o x wynosi

$$I = I_0 + mx^2 \qquad (9)$$

możemy więc napisać

$$l_r = \frac{I_0 + mx^2}{mx} \qquad l_r = \frac{I_0 + mx'^2}{mx'} \qquad (10)$$

Po przekształceniu uzyskujemy dwa równania typu

$$x^2 + l_r x + \frac{I_0}{m} = 0 \qquad x'^2 + l_r x' + \frac{I_0}{m} = 0 \quad (11)$$

które spełniając odpowiednio warunki (wzory Viety)

$$x + x' = l_r \quad \text{i} \quad x \cdot x' = \frac{I_0}{m}\ , \qquad (12)$$

pozwalają obliczyć długość zredukowaną l_r. Oznacza to, że odległość pomiędzy osiami OO' (x + x') stanowi wtedy długość zredukowaną tego wahadła.

Wahadło rewersyjne jest wahadłem fizycznym o ustalonych osiach obrotu O i O' (rys.2, rys. 3) w którym położenie środka ciężkości tego wahadła możemy zmieniać poprzez przesuwanie masy m_1, podczas gdy położenie masy m_2 jest ustalone. W miarę przesuwania położenia środka masy zmieniają się okresy wahań T i T'. Znalezienie takiego rozkładu masy, przy którym zrównają się okresy wahań T=T', pozwala przyjąć odległość pomiędzy osiami za długość zredukowaną tego wahadła i zastosować wzór (7) do obliczenia przyspieszenia ziemskiego

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} l_r \qquad (13)$$

Kolejność wykonywanych czynności:

1. Ustawić masę m_1 w odległości 1cm od ostrza O, tak aby jeden z jej końców pokrywał się z nacięciem na pręcie. Zmierzyć czas trwania 10 drgań $10T_1$.
2. Zdjąć wahadło i zawiesić je na drugim ostrzu O' (**nie zmieniając położenia masy m_1**).
3. Zmierzyć czas trwania 10 drgań $10T_2$.
4. Wyniki pomiarów przedstawić w tabeli.

Tabela 1

H [cm]	$10T_1$ [s]	T_1 [s]	$10T_2$ [s]	T_2 [s]

5. Powtórzyć pomiary z punktów 1 - 3 dla masy m_1 w położeniach h = 2cm, 3cm, 4cm, ... itd. aż masa m_1 znajdzie się w odległości 1cm od osi O'.
6. Narysować na jednym wykresie zależności T_1 = f (h) oraz T_2 = f (h) i odczytać wartość $h = h_i$, dla której $T_1 = T_2$.
7. Ustawić masę m_1 w położeniu $h = h_i$ i zmierzyć czas trwania 10 drgań dla obu zawieszeń wahadła. Jeżeli okresy T_1 i T_2 będą się jeszcze nieco różniły, dokonać korekty przesuwając masę m_1 tak aby uzyskać dobrą zgodność.
8. Zmierzyć odległość l_r między ostrzami OO'.
9. Obliczyć przyspieszenie g oraz niepewność Δg .

Wymagania:

- wahadło fizyczne, wahadło rewersyjne [2, 5]
- pole grawitacyjne Ziemi [2, 5]
- zmiany przyspieszenia ziemskiego z wysokością i szerokością geograficzną [5, 9]