Wyznaczanie współczynnika tarcia tocznego przy pomocy wahadła nachylnego

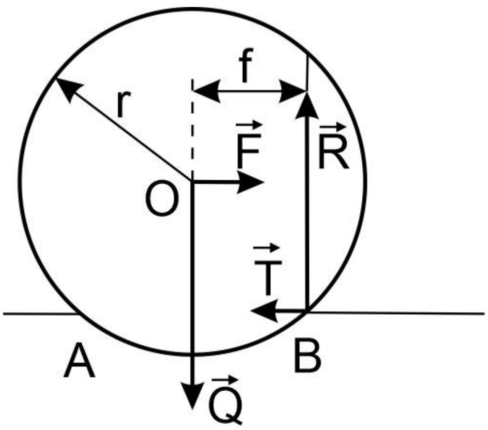
M5

Przyrządy:

Wahadło nachylne z wyposażeniem, linijka, suwmiarka.

Informacje:

W ruchu tocznym kulki, na skutek odkształcenia obu stykających się ciał, kulka styka się z podstawą wzdłuż pewnej powierzchni AB (rys.1). Punkt przyłożenia reakcji sprężystej podłoża $\vec{R} = -\vec{Q}$ oraz siły tarcia $\vec{T}$ znajduje się wtedy w punkcie B. Równanie ruchu kulki względem chwilowej osi obrotu ma postać



Rysunek 1

$$I \cdot \ddot{\alpha} = F \cdot r - Q \cdot f \qquad (1)$$

gdzie:

α – kąt obrotu względem tej osi,

I – moment bezwładności,

f – współczynnik tarcia tocznego,

r – promień kulki

Wahadło nachylne stanowi ciężka kulka na długiej nici, przy czym punkty zaczepienia nici i kulki leżą w płaszczyźnie nachylonej pod pewnym kątem β do pionu (rys. 2). Wychylona z położenia równowagi kulka toczy się po pochyłej płaszczyźnie, wykonując ruch drgający pod wpływem składowej stycznej do toru.

$$F = Q \cdot \sin\varphi = mg\cos\beta \cdot \sin\varphi \qquad (2)$$

Wiążąc kąt wychylenia φ z kątem obrotu kulki α, $\varphi = \alpha \cdot \frac{r}{l}$,

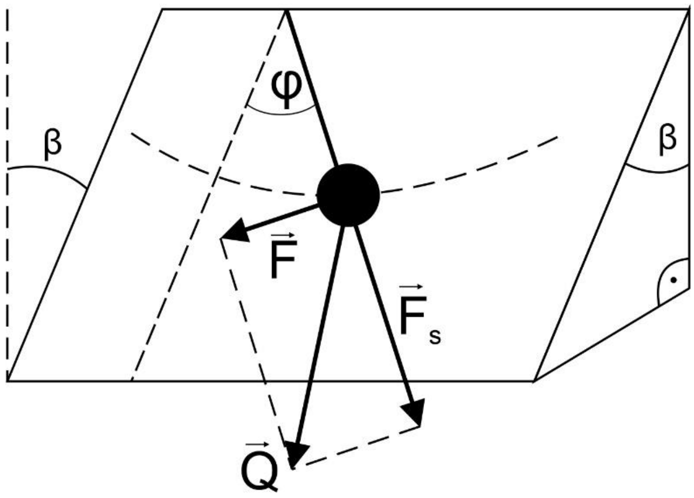
gdzie:

r – promień kulki,

l – długość wahadła .

równanie (1) można przedstawić w postaci:

$$I\frac{l}{r}\ddot{\varphi} = -mgr\cos\beta\sin\varphi \pm fmg\sin\beta \qquad (3)$$



Rysunek 2

Gdzie: $\pm$ zależy od fazy ruchu wahadła (+pierwsza połowa okresu – druga połowa okresu)

Uwzględniając wartość momentu bezwładności kulki oraz dla niewielkich wychyleń $\sin\varphi \approx \varphi$ równanie ruchu przyjmuje postać:

$$\ddot{\varphi} + \frac{5}{7}\frac{g}{l}\cos\beta \cdot \varphi = \pm\frac{5}{7}\frac{fg}{rl}\sin\beta \qquad (4)$$

Rozwiązaniem tego równania jest funkcja

$$\varphi(t) = (\varphi_0 \pm \frac{f}{r} \cdot \mathrm{tg}\,\beta) \cdot \cos\omega t \pm \frac{f}{r}\mathrm{tg}\,\beta \qquad (5)$$

Wynika stąd, że wartość współczynnika tarcia tocznego można obliczyć mierząc liczbę n okresów, po których amplituda zmaleje od φ_0 do φ_n.

$$f = \frac{\varphi_0 - \varphi_n}{4n} \cdot r \cdot \operatorname{ctg} \beta \qquad (6)$$

Z równania (4) widać również, że częstość kołowa drgań wahadła wynosi:

$$\omega^2 = \frac{5g}{7l} \cos \beta \qquad (7)$$

co pozwala wykorzystać wahadło nachylne do pomiaru przyspieszenia ziemskiego.

<u>Kolejność wykonywanych czynności:</u>

1. Dla zadanej kulki i podłoża zmierzyć współczynnik tarcia tocznego dla trzech kątów nachylenia wahadła $\beta = 30^0, 45^0, 60^0$.

   W tym celu należy:

a) wprawić wahadło w drgania wychylając je z położenia równowagi o kąt $\varphi_0 = 6^0$ i zmierzyć liczbę n pełnych drgań, po których amplituda maleje do $\varphi_n = 3^0$ (pomiar wykonać kilka razy odchylając kulkę raz w prawo, raz w lewo).

b) zmierzyć promień kulki r.

2. W celu wyznaczenia przyspieszenia ziemskiego, dla tej samej kulki i podłoża, i kątów nachylenia $\beta = 30^0, 45^0, 60^0$ wyznaczyć trzykrotnie czas trwania 10 pełnych wahnięć i zmierzyć długość nici wahadła l.
3. Obliczyć współczynniki tarcia tocznego oraz wartość przyspieszenia ziemskiego w poszczególnych pomiarach (pośrednie sprawdzenie metody wyznaczania współczynnika tarcia tocznego).
4. Przeprowadzić analizę niepewności pomiarowych i określić dla jakiego kąta nachylenia wyniki są najbardziej wiarygodne.
5. Wyniki pomiarów przedstawić w tabelach.

Tabela 1

	n			r
	$\beta = 30^0$	$\beta = 45^0$	$\beta = 60^0$	[m]
Kulka nr.1				
$n_{śr}$				
f [m]				
Δf				

Tabela 2

	t_{10} [s]			l
	$\beta = 30^0$	$\beta = 45^0$	$\beta = 60^0$	[m]
Kulka nr.1				
$T_{śr}$				
g				
Δg				

Wymagania:

- tarcie toczne, współczynnik tarcia tocznego [5, 9]
- ruch drgający harmoniczny [2, 12]
- zasady dynamiki ruchu obrotowego, moment bezwładności, twierdzenie Steinera [2, 5, 9, 12]
- wyprowadzenie wzorów wykorzystanych w ćwiczeniu